Arrajos com repetição

Raquel de Souza Francisco Bravo
e-mail: raquelbr.ic@gmail.com
20 de setembro de 2016

Conteúdo:

- Introdução
- Arranjo com repetição
- Número de arranjos com repetição

Arranjos com repetição: Introdução

Introdução:

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar e sair?

Arranjos com repetição: Introdução

Introdução:

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar e sair?

- Observemos que a pessoa pode entrar e sair pela mesma porta.

Arranjos com repetição: Introdução

Introdução:

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar e sair?

- Observemos que a pessoa pode entrar e sair pela mesma porta.

Resolução:

Possibilidades $N = \underset{\text{entrada}}{\underline{8}} \underset{\text{P.M}}{\times} \underset{\text{saída}}{\underline{8}} = 8^2$

Arranjos com repetição: Introdução

Introdução:

Exemplo 1:

Um prédio tem 8 portas. De quantas maneiras 1 pessoa pode entrar e sair?

- Observemos que a pessoa pode entrar e sair pela mesma porta.

Resolução:

$$\text{Possibilidades} \quad N = \underset{\text{entrada}}{\underline{8}} \underset{\text{P.M}}{\times} \underset{\text{saída}}{\underline{8}} = 8^2$$

Interpretação do princípio multiplicativo aqui usada:

Se o evento "entrar por uma porta" pode ocorrer de 8 maneiras e o evento "sair por 1 porta" pode ocorrer de 8 maneiras então o par de eventos, primeiro "entrar" e depois "sair", podem ocorrer de 8 x 8 maneiras.

Arranjos com repetição: Introdução

Exemplo 1 (continuação):

- Outra interpretação do princípio multiplicativo (baseada em conjuntos):

Exemplo 1 (continuação):

- Outra interpretação do princípio multiplicativo (baseada em conjuntos):

$$A = \{ P_1, \ldots , P_8 \} , \qquad n(A) = |A| = 8$$

Arranjos com repetição: Introdução

Exemplo 1 (continuação):

- Outra interpretação do princípio multiplicativo (baseada em conjuntos):

$$A = \{ P_1, \ldots , P_8 \} , \qquad n(A) = |A| = 8$$

(P_i, P_j) representa entrada P_i e saída P_j, para $i, j = 1, \ldots ,8$.

Exemplo 1 (continuação):

- Outra interpretação do princípio multiplicativo (baseada em conjuntos):

$$A = \{ P_1, \dots , P_8 \}, \qquad n(A) = |A| = 8$$

(P_i, P_j) representa entrada P_i e saída P_j, para $i, j = 1, \dots ,8$.

$$\mathbf{A \times A = \{ \underbrace{(P_1, P_1), (P_1, P_2), \dots ,(P_1, P_8), (P_2, P_1), \dots ,(P_8, P_7), (P_8, P_8)}_{\text{todas as possibilidades de entrar e sair}} \}}$$

Arranjos com repetição: Introdução

Exemplo 1 (continuação):

- Outra interpretação do princípio multiplicativo (baseada em conjuntos):

$$A = \{ P_1, \ldots , P_8 \} , \qquad n(A) = |A| = 8$$

(P_i, P_j) representa entrada P_i e saída P_j,para i, j = 1, ... ,8.

$$A \times A = \underbrace{\{ (P_1, P_1), (P_1, P_2), \ldots ,(P_1, P_8), (P_2, P_1), \ldots ,(P_8, P_7), (P_8, P_8) \}}_{\text{todas as possibilidades de entrar e sair}}$$

$$N = |A \times A| \overset{\text{P.M.}}{=} |A| \times |A| = 8^2$$

Exemplo 1 (continuação):

- Outra interpretação do princípio multiplicativo (baseada em conjuntos):

$$A = \{ P_1, \dots , P_8 \} , \qquad n(A) = |A| = 8$$

(P_i, P_j) representa entrada P_i e saída P_j,para $i, j = 1, \dots ,8$.

$$\mathbf{A \times A = \{ \underbrace{(P_1, P_1), (P_1, P_2), \dots ,(P_1, P_8), (P_2, P_1), \dots ,(P_8, P_7), (P_8, P_8)}_{\text{todas as possibilidades de entrar e sair}} \}}$$

$$N = |A \times A| \overset{\text{P.M.}}{=} |A| \times |A| = 8^2$$

Resposta: Uma pessoa pode entrar e sair de 64 maneiras diferentes.

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$(\underbrace{3}_{p_1}, \underbrace{5}_{p_2}, \underbrace{5}_{p_3})$ representa $\underset{p_1}{\underline{3\quad}}\ \underset{p_2}{\underline{5\quad}}\ \underset{p_3}{\underline{5\quad}}$ (posições dos dígitos no número)

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$(\underbrace{3}_{p_1}, \underbrace{5}_{p_2}, \underbrace{5}_{p_3})$ representa $\underset{p_1}{\underline{3\quad}}\ \underset{p_2}{\underline{5\quad}}\ \underset{p_3}{\underline{5\quad}}$ (posições dos dígitos no número)

$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \}$

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$(\underbrace{3}_{p_1}, \underbrace{5}_{p_2}, \underbrace{5}_{p_3})$ representa $\underset{p_1}{\underline{3\quad}}\ \underset{p_2}{\underline{5\quad}}\ \underset{p_3}{\underline{5\quad}}$ (posições dos dígitos no número)

$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \}$

$A \times A \times A = \{ (u, v, w) \mid u \in A, v \in A, w \in A \}$

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$(\underbrace{3}_{p_1}, \underbrace{5}_{p_2}, \underbrace{5}_{p_3})$ representa $\underset{p_1}{\underline{3\quad}}\ \underset{p_2}{\underline{5\quad}}\ \underset{p_3}{\underline{5\quad}}$ (posições dos dígitos no número)

$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \}$

$A \times A \times A = \{ (u, v, w) \mid u \in A, v \in A, w \in A \}$ = Conjunto de possibilidades

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$$(\underbrace{3}_{p_1}, \underbrace{5}_{p_2}, \underbrace{5}_{p_3}) \text{ representa } \underset{p_1}{\underline{3\quad}}\ \underset{p_2}{\underline{5\quad}}\ \underset{p_3}{\underline{5\quad}}$$

(posições dos dígitos no número)

$A = \{3, 5, 7, 8, 9\}$

$A \times A \times A = \{(u, v, w) \mid u \in A, v \in A, w \in A\}$ = Conjunto de possibilidades

$$N = |A \times A \times A| \overset{P.M.}{=} |A| \times |A| \times |A| = |A|^3 = 5^3$$

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$$(\underbrace{3}_{p_1},\ \underbrace{5}_{p_2},\ \underbrace{5}_{p_3}) \text{ representa } \underset{p_1}{\underline{3\quad}}\ \underset{p_2}{\underline{5\quad}}\ \underset{p_3}{\underline{5\quad}}$$

(posições dos dígitos no número)

$$A = \{3, 5, 7, 8, 9\}$$

$$A \times A \times A = \{ (u, v, w) \mid u \in A, v \in A, w \in A \} =$$ Conjunto de possibilidades

$$N = |A \times A \times A| \overset{P.M.}{=} |A| \times |A| \times |A| = |A|^3 = 5^3$$

$$(\text{pois } A \times A \times A = (A \times A) \times A, \text{ logo } |A \times A \times A| = |(A \times A) \times A| \overset{P.M}{=} |A \times A| \times |A| \overset{P.M.}{=} |A| \times |A| \times |A|\ )$$

Arranjos com repetição

Exemplo 2:

Quantos números distintos de 3 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

- Ilustração:

$(\underbrace{3}_{p_1}, \underbrace{5}_{p_2}, \underbrace{5}_{p_3})$ representa $\underset{p_1}{\underline{3\ \ }}\ \ \underset{p_2}{\underline{5\ \ }}\ \ \underset{p_3}{\underline{5\ \ }}$ (posições dos dígitos no número)

$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \}$

$A \times A \times A = \{ (u, v, w) \mid u \in A, v \in A, w \in A \}$ = Conjunto de possibilidades

$$N = |A \times A \times A| \overset{P.M.}{=} |A| \times |A| \times |A| = |A|^3 = 5^3$$

(pois $A \times A \times A = (A \times A) \times A$, logo $|A \times A \times A| = |(A \times A) \overset{P.M}{\times} A| = |A \times A| \times |A| \overset{P.M.}{=} |A| \times |A| \times |A|$)

Resposta: Podem se formar $5^3 = 125$ números diferentes com 3 algarismos escolhidos entre 3, 5, 7, 8 e 9.

Arranjos com repetição

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Arranjos com repetição

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

$$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \} \quad , \qquad |A| = 5$$

Arranjos com repetição

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

$$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \} \ , \qquad |A| = 5$$

representamos um número de 8 algarismos por:

$$(\underset{p_1}{\ }, \underset{p_2}{\ }, \underset{p_3}{\ }, \underset{p_4}{\ }, \underset{p_5}{\ }, \underset{p_6}{\ }, \underset{p_7}{\ }, \underset{p_8}{\ })$$

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

$$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \} \;, \qquad |A| = 5$$

representamos um número de 8 algarismos por:

$$(p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5 , p_6 , p_7 , p_8)$$

- Ilustração:

$$\mathbf{35789359} \xleftrightarrow{\text{associado}} (3, 5, 7, 8, 9, 3, 5, 9) \in \mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A}$$

Arranjos com repetição

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

$$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \} \;, \qquad |A| = 5$$

representamos um número de 8 algarismos por:

$$(\underset{p_1}{\ \ }, \underset{p_2}{\ \ }, \underset{p_3}{\ \ }, \underset{p_4}{\ \ }, \underset{p_5}{\ \ }, \underset{p_6}{\ \ }, \underset{p_7}{\ \ }, \underset{p_8}{\ \ })$$

- Ilustração:

$$\mathbf{35789359} \xleftrightarrow{\text{associado}} (3, 5, 7, 8, 9, 3, 5, 9) \in \underbrace{A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A}_{8}$$

Arranjos com repetição

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

$$A = \{ 3, 5, 7, 8, 9 \} \, , \qquad |A| = 5$$

representamos um número de 8 algarismos por:

$$(\underset{p_1}{\;\;} , \underset{p_2}{\;\;} , \underset{p_3}{\;\;} , \underset{p_4}{\;\;} , \underset{p_5}{\;\;} , \underset{p_6}{\;\;} , \underset{p_7}{\;\;} , \underset{p_8}{\;\;})$$

- Ilustração:

$$35789359 \xleftrightarrow{\text{associado}} (3, 5, 7, 8, 9, 3, 5, 9) \in \underbrace{A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A}_{8}$$

conjunto de possibilidades: $B = \underbrace{A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A}_{8}$

Arranjos com repetição

Exemplo 3:

Quantos números distintos de 8 algarismos podem se formar com os dígitos 3, 5, 7, 8 e 9?

Resolução:

$$A = \{3, 5, 7, 8, 9\}, \qquad |A| = 5$$

representamos um número de 8 algarismos por:

$$(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8)$$

- Ilustração:

$$35789359 \xleftrightarrow{\text{associado}} (3, 5, 7, 8, 9, 3, 5, 9) \in \underbrace{A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A}_{8}$$

conjunto de possibilidades: $B = \underbrace{A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A}_{8}$

Resposta: Pelo princípio multiplicativo podem se formar:
$|B| = |A|^8 = 5^8$ números de 8 algarismos com 3, 5, 7, 8 e 9.

Arranjos com repetição

- Características dos exemplos:
  - Os elementos considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são diferentes ($A = \{ a_1, a_2, \ldots, a_n \}$)

Arranjos com repetição

- Características dos exemplos:
  - Os <u>elementos</u> considerados $a_1, a_2, \dots, a_n$ são <u>diferentes</u> ($A = \{ a_1, a_2, \dots , a_n \}$)
  - <u>Cada escolha</u> de <u>r</u> elementos <u>ordenados</u>, <u>repetidos ou não</u>, de $a_1, a_2, \dots, a_n$ corresponde a <u>uma possibilidade</u>

Arranjos com repetição

Características dos exemplos:

- Os <u>elementos</u> considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são <u>diferentes</u>
  $(A = \{ a_1, a_2, \ldots , a_n \})$
- <u>Cada escolha</u> de <u>r</u> elementos <u>ordenados</u>, <u>repetidos ou não</u>, de $a_1, a_2, \ldots, a_n$ corresponde a <u>uma possibilidade</u>
- Na obtenção do número de possibilidades aplica-se o princípio multiplicativo.

Arranjos com repetição

Características dos exemplos:

- Os elementos considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são diferentes

  $(A = \{ a_1, a_2, \ldots , a_n \})$

- Cada escolha de r elementos ordenados, repetidos ou não, de $a_1, a_2, \ldots, a_n$ corresponde a uma possibilidade

  (os r elementos ordenados correspondem a 1 r-upla do conjunto $B = \underbrace{A \times \ldots \times A}_{r}$)

- Na obtenção do número de possibilidades aplica-se o princípio multiplicativo.

Arranjos com repetição

Características dos exemplos:

- Os elementos considerados $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são diferentes

  ($A = \{ a_1, a_2, \ldots , a_n \}$)

- Cada escolha de r elementos ordenados, repetidos ou não, de $a_1, a_2, \ldots, a_n$ corresponde a uma possibilidade

  (os r elementos ordenados correspondem a 1 r-upla do conjunto $B = \underbrace{A \times \ldots \times A}_{r}$)

- Na obtenção do número de possibilidades aplica-se o princípio multiplicativo.

  ($N = | B |$)

Arranjos com repetição

Arranjo com repetição:

Definição

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$, um arranjo com repetição de n elementos tomados r a r é uma ordenação de r elementos escolhidos entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$, que podem ser repetidos.

Arranjo com repetição:

Definição

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$, um arranjo com repetição de n elementos tomados r a r é uma ordenação de r elementos escolhidos entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$, que podem ser repetidos.

(não são consideradas permutações entre elementos iguais)

Arranjos com repetição

Arranjo com repetição:

Definição

Dados n objetos <u>distintos</u> $a_1, a_2, \ldots, a_n$, um arranjo com repetição de n elementos tomados r a r é uma <u>ordenação</u> de r elementos escolhidos entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$, que podem ser repetidos.

(não são consideradas permutações entre elementos iguais)

Ilustração

- 357, 989, 998 são arranjos com repetição de 5 elementos, 3, 5, 7, 8 e 9 tomados 3 a 3.

Arranjos com repetição

Arranjo com repetição:

Definição

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$, um arranjo com repetição de n elementos tomados r a r é uma ordenação de r elementos escolhidos entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$, que podem ser repetidos.

(não são consideradas permutações entre elementos iguais)

Ilustração

- 357, 989, 998 são arranjos com repetição de 5 elementos, 3, 5, 7, 8 e 9 tomados 3 a 3.
- 35789359 é um arranjo com repetição de 5 elementos, 3, 5, 7, 8 e 9 tomados 8 a 8.

Arranjos com repetição

Arranjo com repetição:

Definição

Dados n objetos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$, um arranjo com repetição de n elementos tomados r a r é uma ordenação de r elementos escolhidos entre $a_1, a_2, \ldots, a_n$, que podem ser repetidos.

(não são consideradas permutações entre elementos iguais)

Ilustração

- 357, 989, 998 são arranjos com repetição de 5 elementos, 3, 5, 7, 8 e 9 tomados 3 a 3.
- 35789359 é um arranjo com repetição de 5 elementos, 3, 5, 7, 8 e 9 tomados 8 a 8.

Observação: Pode ser $r \leq n$ ou $r > n$.

Arranjos com repetição

Observação

Número de escolhas dos exemplos anteriores:

Exemplo 1

2 entre 8
portas

Arranjos com repetição

Observação

Número de escolhas dos exemplos anteriores:

Exemplo 1	**Exemplo 2**
2 entre 8 portas	3 entre 5 algarismos

Arranjos com repetição

Observação

Número de escolhas dos exemplos anteriores:

Exemplo 1	Exemplo 2	Exemplo 3
2 entre 8 portas	3 entre 5 algarismos	8 entre 5 algarismos

Arranjos com repetição

Observação

Número de escolhas dos exemplos anteriores:

Exemplo 1	Exemplo 2	Exemplo 3
2 entre 8 portas	3 entre 5 algarismos	8 entre 5 algarismos

Resposta:

8^2 $\quad$ 5^3 $\quad$ 5^8

Número de arranjos com repetição:

Problema:

Dados n elementos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$,
encontrar o número de arranjos com repetição
de n elementos tomados r a r

Arranjos com repetição

Número de arranjos com repetição:

Problema:

Dados n elementos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$,

encontrar o número de arranjos com repetição de n elementos tomados r a r

Propriedade:

O número de arranjos com repetição de n elementos distintos tomados r a r, denominado A_n^r, é dado por:

$$AR_n^r = n^r$$

Número de arranjos com repetição:

Problema:

Dados n elementos distintos $a_1, a_2, \ldots, a_n$,
encontrar o número de arranjos com repetição
de n elementos tomados r a r

Propriedade:

O número de arranjos com repetição de n elementos distintos tomados r a r, denominado A_n^r, é dado por:

$$AR_n^r = n^r$$

Observação:

$$AR_n^r = |\underbrace{A \times \ldots \times A}_{r}| \quad \text{onde } A = \{ a_1, a_2, \ldots, a_n \}$$

Arranjos com repetição

Ilustração:

Exemplo 1: $AR_8^2 = 8^2$ ($n = 8, \; r = 2$)

Exemplo 2: $AR_5^3 = 5^3$ ($n = 5, \; r = 3$)

Exemplo 3: $AR_5^8 = 5^8$ ($n = 5, \; r = 8$)

Arranjos com repetição

Ilustração:

Exemplo 1: $AR_8^2 = 8^2$ $(n = 8, \; r = 2)$

Exemplo 2: $AR_5^3 = 5^3$ $(n = 5, \; r = 3)$

Exemplo 3: $AR_5^8 = 5^8$ $(n = 5, \; r = 8)$

Outras notações:

$$AR(n, r)$$

Arranjos com repetição

Exemplo 4:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas podem ser formadas?

Arranjos com repetição

Exemplo 4:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas podem ser formadas?

Resolução:

As letras do alfabeto são 26.

Arranjos com repetição

Exemplo 4:

As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de quatro dígitos. Quantas placas podem ser formadas?

Resolução:

As letras do alfabeto são 26.

___ ___ ___   ___ ___ ___ ___

posições

letras   números

número de letras = 26

número de letras numa placa = 3

número de dígitos = 10

número de dígitos numa placa = 4

Exemplo 4 (continuação):

Característica:

$\underbrace{\_\ \_\ \_}_{\text{letras}}\quad \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_}_{\text{números}}$

- Sequências ordenadas de 3 letras e 4 números que podem ser repetidos.

Número de possibilidades:

$$\underset{\text{letras}}{AR_{26}^{3}} \underset{\text{P.M.}}{\times} \underset{\text{números}}{AR_{10}^{4}} = 26^3 \times 10^4 = 17576 \times 10^4$$

Exemplo 4 (continuação):

Característica:

___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

letras números

- Sequências ordenadas de 3 letras e 4 números que podem ser <u>repetidos</u>.

Número de possibilidades:

$$\underset{\text{letras}}{AR^{3}_{26}} \underset{\text{P.M.}}{\times} \underset{\text{números}}{AR^{4}_{10}} = 26^{3} \times 10^{4} = 17576 \times 10^{4}$$

Resposta:

Tem-se 175.760.000 placas diferentes com 3 letras e 4 números.

Exemplo 5:

Quantos números naturais de 3 algarismos, na base 10, existem?

Arranjos com repetição

Exemplo 5:

Quantos números naturais de 3 algarismos, na base 10, existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\underline{\cancel{0}}$ ___ ___ os dígitos podem ser iguais

Exemplo 5:

Quantos números naturais de 3 algarismos, na base 10, existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\underline{\cancel{0}}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}$ os dígitos podem ser iguais

Possibilidades:

$$\underbrace{\underline{\cancel{0}}}_{9} \times \underbrace{\underline{\quad}\ \underline{\quad}}_{AR_{10}^{2}} = 9 \times 10^2 = 900$$

Exemplo 5:

Quantos números naturais de 3 algarismos, na base 10, existem?

Resolução:

dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\underline{\cancel{0}}$ ___ ___ os dígitos podem ser iguais

Possibilidades:

$$\underbrace{\underline{\cancel{0}}}_{9} \times \underbrace{\underline{\quad}\ \underline{\quad}}_{AR_{10}^{2}} = 9 \times 10^{2} = 900$$

Resposta:

Tem-se 900 números naturais de 3 algarismos.

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- $U = \{ p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ímpar}, 1001 \leq p \leq 9999\}$, $B = \{ 9999 \}$

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- $U = \{ p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ímpar}, 1001 \leq p \leq 9999\}$, $B = \{ 9999 \}$

Possibilidades: $|U - B|$

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- $U = \{ p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ímpar}, 1001 \leq p \leq 9999\}$, $B = \{ 9999 \}$

Possibilidades: $|U - B| \underset{\text{P.A.}}{=} |U| - |B|$

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

$$|U| = \underset{p_1}{\underline{9}} \times \underset{p_2}{\underline{\quad}}\,\underset{p_3}{\underline{A_{10}^{2}}} \times \underset{p_4}{\underline{5}}$$

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- $U = \{ p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ímpar}, 1001 \leq p \leq 9999\}$, $B = \{ 9999 \}$

Possibilidades: $|U - B| \underset{\text{P.A.}}{=} |U| - |B|$

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

$$|U| = \underset{p_1}{\underline{9}} \times \underset{p_2}{\underline{\quad}} \underset{p_3}{\underline{A_{10}^{2}}} \times \underset{p_4}{\underline{5}}$$

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- $U = \{ p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ímpar}, 1001 \leq p \leq 9999\}$, $B = \{ 9999 \}$

Possibilidades: $|U - B| \underset{P.A.}{=} |U| - |B| = 9 \times 10^2 \times 5 - 1$

Arranjos com repetição

Exemplo 6:

Quantos números naturais ímpares, m, existem entre 1000 e 9999 ($1000 < m < 9999$)?

Resolução:

$$|U| = \underset{p_1}{\underline{9}} \times \underset{p_2}{\underline{\quad}} \underset{p_3}{\underline{A_{10}^{2}}} \times \underset{p_4}{\underline{5}}$$

- dígitos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9
- dígitos na posição p_1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- dígitos na posição p_4 : 1, 3, 5, 7, 9 (excluímos 9999)
- dígitos nas posições p_2 e p_3 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- $U = \{ p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ímpar}, 1001 \leq p \leq 9999 \}$, $B = \{ 9999 \}$

Possibilidades: $|U - B| \underset{\text{P.A.}}{=} |U| - |B| = 9 \times 10^2 \times 5 - 1$

Resposta:

Existem 4499 números ímpares entre 1000 e 9999